

Concursul de matematică aplicată Adolf Haimovici
Profilul uman (filologie, științe sociale) etapa locală – 21 februarie 2016
Clasa a IX –a
Barem de corectură

Subiectul 1		
a	$n + 2 \leq \sqrt{n(n+5)} < n + 3 \Leftrightarrow$ $(n + 2)^2 \leq n^2 + 5n < n^2 + 6n + 9 \Leftrightarrow$ $4 \leq n < 2n + 9 \text{ adevărat pentru } n \geq 4$	3p
b	<p>Înlocuind în relația de la punctul a. se obține:</p> $4 + 2 \leq \sqrt{4 \cdot 9} < 4 + 3 \Rightarrow [\sqrt{4 \cdot 9}] = 6$ $5 + 2 \leq \sqrt{5 \cdot 10} < 5 + 3 \Rightarrow [\sqrt{5 \cdot 10}] = 7$ <p>.....</p> $2016 + 2 \leq \sqrt{2016 \cdot 2021} < 2016 + 3 \Rightarrow$ $[\sqrt{2016 \cdot 2021}] = 2018$	2p
	$\Rightarrow [\sqrt{4 \cdot 9}] + \dots + [\sqrt{2016 \cdot 2021}] = 6 + 7 + \dots + 2018 =$ $= \frac{2018 \cdot 2019}{2} - \frac{5 \cdot 6}{2} = 2.037.156$	2p
Subiectul 2		
	$\frac{6n + 18}{2n + 1} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 3 + \frac{15}{2n + 1} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 2n + 1 \mid 15 \Leftrightarrow n \in \{-8, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 7\}$ $\Rightarrow x \in \{2, 0, -2, -12, 18, 8, 6, 4\} \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow A = \{-12, -2, 0, 2, 4, 6, 8, 18\}$	2p

	$B = \left\{\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, 0\right\}$	2p
	$\text{card}(A \cup B) = 10$	1p
	$\text{card}(A \cap B) = 1$	1p
	$\text{card}(A \setminus B) = 7$	1p
Subiectul 3		
	$S_{3n} = \frac{2a_1 + (3n - 1)r}{2} \cdot 3n$	2p
	$S_{3n} = 9S_n \Leftrightarrow 2a_1 + (3n - 1)r = 6a_1 + 3r(n - 1) \Leftrightarrow$	2p
	$\Leftrightarrow 4a_1 - 2r = 0 \Leftrightarrow r = 2a_1$	1p
	$a_4 = a_1 + 3r$	1p
	$a_1 = 3$	1p
Subiectul 4		

a.	<p>Adunând relațiile:</p> $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$ $\overrightarrow{CP} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ <p>Obținem</p> $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CP} = 0$	4p
b.	<p>Putem considera I în C, J în P, atunci K este astfel încât BNCK paralelogram.</p> <p>Avem $2\overrightarrow{ID} = \overrightarrow{CJ} + \overrightarrow{CK}$ de unde</p> $4\overrightarrow{ID} = 2\overrightarrow{CJ} + 2\overrightarrow{CK} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{CB}$	3p